

4 連立方程式

Basic

学習のポイント

1 連立方程式の解き方

① 加減法と代入法

加減法

x か y の係数をそろえ、2式を加えるか、ひくかする。

$$\begin{cases} 2x+3y=7 \cdots \textcircled{1} \\ 3x-y=5 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

そろえやすい方
でよい

y の係数をそろえる。

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \quad 2x+3y=7 \\ \textcircled{2} \times 3 \quad +) 9x-3y=15 \\ \hline 11x=22 \end{array}$$

y を消去

例

$$\begin{cases} 2x+y=5 \cdots \textcircled{1} \\ x+y=4 \cdots \textcircled{2} \end{cases} \rightarrow \begin{array}{r} \textcircled{1} \quad 2x+y=5 \\ \textcircled{2} \quad -) x+y=4 \\ \hline x=1 \end{array}$$

$$\begin{cases} 2x-3y=4 \cdots \textcircled{1} \\ 3x-4y=5 \cdots \textcircled{2} \end{cases} \rightarrow \begin{array}{r} \textcircled{1} \times 3 \quad 6x-9y=12 \\ \textcircled{2} \times 2 \quad -) 6x-8y=10 \\ \hline -y=2 \\ y=-2 \end{array}$$

x の係数を最小公倍数に

代入法

一方の式を他方の式に代入する。

$$\begin{cases} x+3y=14 \cdots \textcircled{1} \\ y=2x \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$[x]=[y]$ の形の方を代入

②を①に代入する。

$$x+3 \times 2x=14$$

y を消去

例

$$\begin{cases} y=x-2 \cdots \textcircled{1} \\ 3x-y=8 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

かっこをつける

①を②に代入すると、

$$3x-(x-2)=8$$

$$2x=6$$

$$x=3$$

② いろいろな連立方程式

かっこがある連立方程式 かっこをはずし、整理してから解く。

例

$$\begin{cases} 5x+3y=1 \\ 2x+3(y-2)=-2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5x+3y=1 \\ 2x+3y-6=-2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5x+3y=1 \\ 2x+3y=4 \end{cases}$$

かっこをはずす

小数を含む連立方程式 両辺に10, 100, 1000などをかける。

例

$$\begin{cases} x+6y=10 \\ 0.02x-0.03y=-0.1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+6y=10 \\ 2x-3y=-10 \end{cases}$$

両辺に100をかける

100をかけたときの位どりに注意

分数を含む連立方程式 両辺に分母の最小公倍数をかける。

例

$$\begin{cases} 2x-y=2 \\ \frac{2}{3}x-\frac{1}{4}y=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x-y=2 \\ 8x-3y=12 \end{cases}$$

両辺に12をかける

整数の項にもかけるのを忘れない

基本パターン 37 加減法

★★★★

次の連立方程式を、加減法で解け。

(1) $\begin{cases} 2x+y=1 \\ x-y=2 \text{ (鳥根)} \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 2x-y=4 \\ 3x-2y=5 \text{ (埼玉)} \end{cases}$

一方の文字の係数の絶対値をそろえ、式を加えるかひくかして、その文字を消去して解く。

(1) $\begin{cases} 2x+y=1 \cdots \textcircled{1} \\ x-y=2 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \quad 2x+y=1 \\ \textcircled{2} \quad +) x-y=2 \\ \hline 3x=3 \\ x=1 \cdots \textcircled{3} \end{array}$$

③を①に代入すると、
 $2 \times 1 + y = 1, y = 1 - 2 = -1$

答 (1) $x=1, y=-1$ (2) $x=3, y=2$

(2) $\begin{cases} 2x-y=4 \cdots \textcircled{1} \\ 3x-2y=5 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \times 2 \quad 4x-2y=8 \\ \textcircled{2} \quad -) 3x-2y=5 \\ \hline x=3 \cdots \textcircled{3} \end{array}$$

③を①に代入すると、
 $2 \times 3 - y = 4, -y = -2, y = 2$

37 次の連立方程式を、加減法で解け。

(1) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+y=1 \text{ (栃木)} \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x-3y=7 \\ 2x+3y=-4 \text{ (富山)} \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x-3y=7 \\ 2x-y=-1 \text{ (新潟)} \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 5x+2y=7 \\ 3x-y=13 \text{ (山口)} \end{cases}$

(5) $\begin{cases} x+y=1 \\ 3x-5y=11 \text{ (東京工業大附)} \end{cases}$

(6) $\begin{cases} x+2y=1 \\ 3x-4y=-7 \text{ (千葉)} \end{cases}$

(7) $\begin{cases} 2x-5y=18 \\ 4x+3y=10 \end{cases}$

(8) $\begin{cases} x+3y=5y+5 \\ 2x-3y=12 \end{cases}$

基本パターン 38 代入法

★★★

次の連立方程式を、代入法で解け。

(1) $\begin{cases} y=x-4 \\ x+2y=1 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} y=4x \\ y=5x-2 \end{cases}$

一方の式を他方の式に代入して、1つの文字を消去して解く。

(1) $\begin{cases} y=x-4 \cdots \textcircled{1} \\ x+2y=1 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

①を②に代入すると、
 $x+2(x-4)=1, 3x=9, x=3 \cdots \textcircled{3}$

③を①に代入すると、 $y=3-4=-1$

答 (1) $x=3, y=-1$ (2) $x=2, y=8$

(2) $\begin{cases} y=4x \cdots \textcircled{1} \\ y=5x-2 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

①を②に代入すると、
 $4x=5x-2, -x=-2, x=2 \cdots \textcircled{3}$

③を①に代入すると、 $y=4 \times 2=8$

38 次の連立方程式を、代入法で解け。

$$\text{㉑}(1) \begin{cases} y=2x-1 \\ 3x+y=9 \text{ (沖縄)} \end{cases}$$

$$\text{㉑}(2) \begin{cases} 2x-y=9 \\ y=-x+6 \text{ (東京)} \end{cases}$$

$$\text{㉑}(3) \begin{cases} 9x-5y=18 \\ y=3x \end{cases}$$

$$\text{㉑}(4) \begin{cases} 2x+3y=4 \\ x=y-3 \end{cases}$$

$$\text{㉑}(5) \begin{cases} y=x+3 \\ y=3x-5 \end{cases}$$

$$\text{㉑}(6) \begin{cases} x=2y+5 \\ x=y+3 \end{cases}$$

$$\text{㉑}(7) \begin{cases} y=x-4 \\ x-2y=-7 \end{cases}$$

$$\text{㉑}(8) \begin{cases} 3x-2y=5 \\ x=3y+4 \text{ (千葉)} \end{cases}$$

基本パターン 39 カッコや小数を含む連立方程式の解き方 ★★

次の連立方程式を解け。

$$(1) \begin{cases} 3x+y=5 \\ 2(x+1)+y=6 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} -0.3x+0.8y=0.9 \\ 3x-y=12 \text{ (広陵)} \end{cases}$$

(1) カッコをはずしてから解く。

$$\begin{cases} 3x+y=5 & \cdots\cdots\text{①} \\ 2(x+1)+y=6 & \cdots\cdots\text{②} \end{cases}$$

②を整理すると、 $2x+y=4 \cdots\cdots\text{②}'$

$$\begin{array}{r} \text{①} \quad 3x+y=5 \\ \text{②}' \quad -) 2x+y=4 \\ \hline x=1 \cdots\cdots\text{③} \end{array}$$

③を②'に代入すると、
 $2 \times 1 + y = 4, y = 2$

(2) 上の式の両辺に10をかけて、係数を整数に
おしてから解く。

$$\begin{cases} -0.3x+0.8y=0.9 & \cdots\cdots\text{①} \\ 3x-y=12 & \cdots\cdots\text{②} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \text{①} \times 10 \quad -3x+8y=9 \cdots\cdots\text{①}' \\ \text{②} \quad \quad \quad -3x+y=12 \cdots\cdots\text{②}' \\ \hline \quad \quad \quad 7y=21 \\ \quad \quad \quad y=3 \cdots\cdots\text{③} \end{array}$$

③を②'に代入すると、
 $3x-3=12, 3x=15, x=5$

答 (1) $x=1, y=2$ (2) $x=5, y=3$

39-1 次の連立方程式を解け。

$$\text{㉑}(1) \begin{cases} 3x+y=5 \\ 2x-y=-2(x-1) \end{cases}$$

$$\text{㉑}(2) \begin{cases} 2x+3(y-1)=16 \\ 4x+y=3 \end{cases}$$

$$\text{㉑}(3) \begin{cases} 2(x+y)-3x=5 \\ 3x+2y=-7 \end{cases}$$

$$\text{㉑}(4) \begin{cases} 4(x+y)-3x=11 \\ 2(x-y)+5y=12 \end{cases}$$

39-2 次の連立方程式を解け。

$$\text{㉑}(1) \begin{cases} 0.4x+0.3y=1 \\ 2x-y=10 \end{cases}$$

$$\text{㉑}(2) \begin{cases} y=x+4 \\ 0.3x+0.2y=1.3 \end{cases}$$

$$\text{㉑}(3) \begin{cases} 2x-y=14 \\ 0.6x+1.1y=7 \end{cases}$$

$$\text{㉑}(4) \begin{cases} 0.02x+0.01y=0.13 \\ x-y=2 \end{cases}$$

基本パターン 40 分数を含む連立方程式の解き方

★★★★

次の連立方程式を解け。

$$(1) \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 5 \\ 2x - y = -1 \text{ (京都)} \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - \frac{y-1}{4} = 3 \end{cases}$$

分数を含む式の両辺に分母の最小公倍数をかけて、係数を整数になおしてから解く。

$$(1) \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 5 & \cdots\cdots\text{①} \quad \leftarrow \text{分母の最小公倍数は6} \\ 2x - y = -1 & \cdots\cdots\text{②} \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2x + y = 1 & \cdots\cdots\text{①} \\ x - \frac{y-1}{4} = 3 & \cdots\cdots\text{②} \end{cases}$$

①の両辺に6をかけて、

$$3x + 2y = 30 \cdots\cdots\text{①}'$$

$$\text{①}' \quad 3x + 2y = 30$$

$$\text{②} \times 2 \quad +) \quad 4x - 2y = -2$$

$$\hline 7x = 28$$

$$x = 4 \cdots\cdots\text{③}$$

③を②に代入すると、

$$2 \times 4 - y = -1, -y = -9, y = 9$$

②の両辺に4をかけると、

$$4x - (y-1) = 12 \quad \leftarrow 4x - y - 1 = 12$$

$$4x - y = 11 \cdots\cdots\text{②}' \quad \leftarrow \text{としない}$$

$$\text{①} \quad 2x + y = 1$$

$$\text{②}' \quad +) \quad 4x - y = 11$$

$$6x = 12$$

$$x = 2 \cdots\cdots\text{③}$$

③を①に代入すると、

$$2 \times 2 + y = 1, y = -3$$

答 (1) $x=4, y=9$ (2) $x=2, y=-3$

40 次の連立方程式を解け。

$$\text{㉑}(1) \begin{cases} x+2y=10 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \text{ (愛媛)} \end{cases}$$

$$\text{㉑}(2) \begin{cases} x-y=2 \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = \frac{1}{2} \text{ (東京女子学院)} \end{cases}$$

$$\text{㉑}(3) \begin{cases} 2x+3y=0 \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 2 \text{ (専修大附)} \end{cases}$$

$$\text{㉑}(4) \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y = 1 \\ 2x - y = 20 \end{cases}$$

$$\text{㉑}(5) \begin{cases} x=8y+1 \\ y=\frac{x+5}{2} \text{ (愛知)} \end{cases}$$

$$\text{㉑}(6) \begin{cases} 2x-4y=32 \\ \frac{2x-1}{5} - y = 3 \text{ (共立女子)} \end{cases}$$

$$\text{㉑}(7) \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{9} = \frac{1}{3} \\ 4x - y = 1 \end{cases}$$

$$\text{㉑}(8) \begin{cases} \frac{x-2}{3} = -\frac{1}{6}y \\ x+3y=7 \text{ (東京工業大附)} \end{cases}$$

$$\text{㉑}(9) \begin{cases} 2x - \frac{x+y}{2} = 5 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases}$$

$$\text{㉑}(10) \begin{cases} 3x - 5y = 3 \\ y + 2 - \frac{3x-1}{4} = 0 \text{ (共立女子)} \end{cases}$$

解き方

解き方

基本パターン 41 連立方程式の応用(1) ★★★

1本の値段が40円と60円の鉛筆を合わせて16本買って、780円支払った。買った鉛筆のそれぞれの本数を求めよ。(滋賀)

40円の鉛筆を x 本、60円の鉛筆を y 本買ったとすると、

$$\begin{cases} x+y=16 & \leftarrow \text{本数の関係の式} \\ 40x+60y=780 & \leftarrow \text{金額の関係の式} \end{cases}$$

 これを解くと、 $x=9, y=7$

答 40円の鉛筆9本、60円の鉛筆7本

上の式を①、下の式を②として、
 ②-①×40から、
 $20y=140, y=7$
 これを①に代入すると、 $x=9$

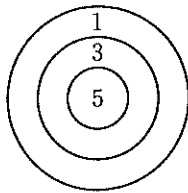
41-1 2種類のケーキA, Bがある。Aが3個とBが2個の代金の合計は1000円、Aが4個とBが6個の代金の合計は2100円である。A, Bそれぞれの1個の値段を求めよ。(栃木)

41-2 右の表は、ある美術館の1人あたりの入館料を表している。ある中学校の生徒と先生が、この美術館に行った。生徒と先生の入館料の合計は、個人料金で入館した場合には6000円になるところであったが、団体料金で入館することができたので、個人料金の場合より2800円安くなった。このとき、生徒の人数と先生の人数を、それぞれ求めよ。ただし、消費税は考えないものとする。(岩手)

	1人あたりの生徒の入館料	1人あたりの先生の入館料
個人料金	200円	400円
団体料金	100円	300円

41-3 2けたの正の整数がある。その整数は、各位の数の和が12であり、また十の位の数と一の位の数を入れかえてできる2けたの数は、もとの整数よりも18小さくなる。このとき、もとの整数を求めよ。ただし、もとの整数の十の位の数を x 、一の位の数を y として、 x, y についての連立方程式を作り、答えを求めよ。(佐賀)

41-4 右の図のような、1点、3点、5点の得点がかかれているものがある。Aさんが1個のボールを20回投げたところ、ボールはすべての的に当たった。1点の部分に9回当たり、そのほかは、3点の部分か5点の部分かのどちらかに当たった。20回分の得点を合計すると、50点であった。



Aさんは、3点の部分と5点の部分にそれぞれ何回当てたか。3点の部分に x 回、5点の部分に y 回当てたとして、連立方程式を作り、それを解いてそれぞれの回数を求めよ。(愛媛)

41-5 大人と子供を合わせて32人がバスに乗っている。停留所で大人が3人、子供が3人降り、新たに大人が7人乗ったところ、大人の人数が子供の人数の2倍になった。次の問いに答えよ。(岩手)

(1) 停留所で止まる前に乗っていた大人の人数と子供の人数を、それぞれ x 人、 y 人として、次の□にあてはまる式を書き、連立方程式を完成せよ。

$$\begin{cases} x+y=32 \\ \square \end{cases}$$

(2) (1)の連立方程式を解いて、停留所で止まる前に乗っていた子供の人数を求めよ。

基本パターン 42 連立方程式の応用(2) ★★★

A地から1700m離れたC地まで行くのに、A地から途中のB地までは分速60m、B地からC地までは分速80mで歩いたら、全体で25分かかった。A地からB地までと、B地からC地までの道のりを求めよ。

A地からB地までを x m、B地からC地までを y m とすると、

$$\begin{cases} x+y=1700 & \leftarrow \text{道のりの関係の式} \\ \frac{x}{60} + \frac{y}{80} = 25 & \leftarrow \text{かかった時間の関係の式} \end{cases}$$

 これを解くと、 $x=900, y=800$

答 A地からB地まで900m、B地からC地まで800m

上の式を①、下の式を②として、
 ②×240-①×3から、 $x=900$
 これを①に代入して、 $y=800$

42-1 サイクリングコースを、自転車で時速12kmで走り、スタートからゴールまで1時間40分かかる予定であった。しかし、途中から自転車を押しながら時速4kmで歩いたので、3時間かかってしまった。

- (1) このサイクリングコースの、スタートからゴールまでの道のりを求めよ。
 (2) 自転車で走った道のりを x km、自転車を押しながら歩いた道のりを y km として、 x, y を求めるための連立方程式を作れ。
 (3) 自転車で走った道のりを求めよ。

42-2 自転車で50kmの道のりを行くのに、初めは時速12kmで走り、残りは時速14kmで走ったら、合わせて4時間かかった。時速12kmで走った時間と時速14kmで走った時間を求めよ。

基本パターン 43 連立方程式の応用(3) ★★★

銅を90%含む合金と、銅を50%含む合金がある。この2種類の合金をとかして混ぜ、銅を60%含む合金を100g作りたい。それぞれ何gずつとくして混ぜればよいかを求めよ。(岐阜改)

(銅の重さ) = (合金の重さ) × (割合) たとえば、合金100gの60%は、 $100 \times 0.6 = 60$ (g)

銅を90%含む合金を x g、銅を50%含む合金を y g とくして混ぜるとすると、

$$\begin{cases} x+y=100 \\ 0.9x+0.5y=100 \times 0.6 \end{cases}$$

これを解くと、 $x=25, y=75$

答 銅を90%含む合金25g、銅を50%含む合金75g

	90%	50%	60%
合金の重さ(g)	x	y	100
銅の重さ(g)	$0.9x$	$0.5y$	100×0.6

43-1 ある中学校で、全校生徒260人にボランティア活動への参加を呼びかけたところ、男女別の参加率は、男子生徒が70%、女子生徒が80%で、参加生徒数は全部で196人であった。このとき、この中学校の男子生徒の人数と女子生徒の人数をそれぞれ求めよ。(長崎改)

43-2 A工場、B工場の従業員は、合わせて2700人いる。A工場の従業員は、B工場の従業員の6割より300人多いという。A工場、B工場の従業員はそれぞれ何人か。(明治学院)

学習のポイント

1 $A=B=C$ の形の連立方程式の解き方

例 連立方程式 $\underbrace{5x-y}_{A} = \underbrace{-3x+5y-2}_{B} = \underbrace{7}_{C}$ を解け。

$\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$ $\begin{cases} A=B \\ A=C \end{cases}$ $\begin{cases} A=B \\ B=C \end{cases}$ の組み合わせのどれかを作って解く。

解 $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$ を使って解くと、

$\begin{cases} 5x-y=7 & \dots\dots ① \\ -3x+5y-2=7 & \dots\dots ② \end{cases}$

②から、 $-3x+5y=9 \dots\dots ②'$

①×5+②' から、 $22x=44, x=2$

これを①に代入すると、 $10-y=7, y=3$

そのほかの組み合わせ

$\begin{cases} 5x-y=-3x+5y-2 \\ 5x-y=7 \end{cases}$

$\begin{cases} 5x-y=-3x+5y-2 \\ -3x+5y-2=7 \end{cases}$

を解いても、解は左の場合と同じになる。

2 文字の値の求め方

例 連立方程式 $\begin{cases} 2ax+by=8 & \dots\dots ① \\ -3by+ax=-10 & \dots\dots ② \end{cases}$ の解が $x=2, y=1$ であるとき、 $a=$ 、 $b=$ である。(日本大豊山)

解 $x=2, y=1$ を①、②にそれぞれ代入すると、

$2a \times 2 + b \times 1 = 8$ から、 $4a + b = 8 \dots\dots ①'$

$-3b \times 1 + a \times 2 = -10$ から、 $2a - 3b = -10 \dots\dots ②'$

①'、②'を a, b についての連立方程式として解くと、 $a=1, b=4$

解を代入する

a, b についての連立方程式を作る

3 連立方程式の応用——増減の問題の解き方

例 ある中学校の昨年の全校生徒数は、男女合わせて290人だった。今年は、男子が5%増え、女子が2%減り、全体で昨年より4人増えた。今年の男子、女子の人数を求めよ。(石川改)

解 昨年の男子の人数を x 人、女子の人数を y 人として考えると、式を作りやすい。

$\begin{cases} x+y=290 & \dots\dots ① \quad \leftarrow \text{昨年の人数を表す式} \\ 0.05x-0.02y=4 & \dots\dots ② \quad \leftarrow \text{増加した人数を表す式} \end{cases}$

2%減ったので
符号はマイナス

②×100 から、 $5x-2y=400 \dots\dots ②'$

①×2+②' から、 $7x=980, x=140$

これを①に代入すると、 $140+y=290, y=150$

今年の男子は、 $x \times (1+0.05) = 1.05x$ (人) だから、 $1.05 \times 140 = 147$ (人)

今年の女子は、 $y \times (1-0.02) = 0.98y$ (人) だから、 $0.98 \times 150 = 147$ (人)

*②の式は、今年の人数を表す式 $1.05x + 0.98y = 294$ として解いてもよい。

↑ 人数の合計を表すから符号はプラス

x, y は、昨年の人数であることに注意!

重要パターン26 ● 連立方程式の解き方(1)

★★★★

次の連立方程式を解け。

(1) $\begin{cases} 2x-3y=-5 \\ 3x+2y=12 \quad (\text{城西}) \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 3(x-y)=2x-3 \\ 2(x+4)=5(y+1) \end{cases}$

解法のポイント

(1) 上の式の両辺に2、下の式の両辺に3をかけると、 y の係数の絶対値がそろふ。

(2) 2つの式のかっこをはずしてから、それぞれ $ax+by=c$ の形に整理する。

26 次の連立方程式を解け。

例(1) $\begin{cases} 2x+3y=8 \\ 3x-5y=-7 \quad (\text{海星}) \end{cases}$

例(2) $\begin{cases} 2x-3y=5 \\ 5x+4y=1 \quad (\text{愛知工業大附名電}) \end{cases}$

例(3) $\begin{cases} 5x-3y=21 \\ 2x+5y=27 \quad (\text{共立女子第二}) \end{cases}$

例(4) $\begin{cases} 7x-5y=2 \\ 4x-3y=3 \quad (\text{熊本学園大附}) \end{cases}$

例(5) $\begin{cases} 3(x-1)-(y+2)=2 \\ 2x+y=3 \end{cases}$

例(6) $\begin{cases} 2(x+y)=3(x+1) \\ 4(x-y)=y-9 \end{cases}$

重要パターン27 ● 連立方程式の解き方(2)

★★★★

次の連立方程式を解け。

(1) $\begin{cases} -0.3x-0.4y=1.1 \\ 0.2x+0.3y=-0.9 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 1 \\ 0.3x - 0.2y = -1 \quad (\text{法政大第一}) \end{cases}$

解法のポイント

(1) どちらの式も、両辺に10をかけて係数を整数にしてから解く。

(2) 上の式は分母をはらい、下の式は両辺に10をかけて、係数を整数にしてから解く。

27 次の連立方程式を解け。

例(1) $\begin{cases} 0.3x+0.2y=1.8 \\ 0.05x-0.04y=-0.14 \end{cases}$

例(2) $\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{1}{4}y = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2}x - \frac{3}{8}y = \frac{5}{8} \quad (\text{東京学芸大附}) \end{cases}$

例(3) $\begin{cases} 0.5x+0.6y=3 \\ \frac{1}{3}x + \frac{2}{7}y = 2 \quad (\text{法政大第二}) \end{cases}$

例(4) $\begin{cases} 0.2x+0.1y=-0.2 \\ \frac{x}{2} + 1 = -\frac{y}{3} \quad (\text{久留米大附設}) \end{cases}$

例(5) $\begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{y+3}{3} = 0 \\ x-1-4(y+3)=2 \quad (\text{法政大女子}) \end{cases}$

例(6) $\begin{cases} 0.2x+0.1y=3 \\ \frac{3x-2y}{3} = 1 \quad (\text{和洋国府台女子}) \end{cases}$

例(7) $\begin{cases} \frac{3x+y}{6} = \frac{12-y}{2} \\ \frac{2y-5x}{4} = \frac{x-8}{2} \quad (\text{関西大第一}) \end{cases}$

例(8) $\begin{cases} \frac{1-2x}{5} = 3y-2 \\ \frac{x-y}{2} - \frac{x-5}{5} = 1 \quad (\text{東京工業大附}) \end{cases}$

重要パターン28 ● $A=B=C$ の形の連立方程式の解き方

★

次の連立方程式を解け。

(1) $4x+5y=2x-5y=15$

(2) $\frac{1}{3}x+y=\frac{3x-5y}{2}=4$

解法のポイント

$A=B=C$ の形の連立方程式は、 $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$ $\begin{cases} A=B \\ A=C \end{cases}$ $\begin{cases} A=B \\ B=C \end{cases}$ の組み合わせのどれかを作って解く。

28 次の連立方程式を解け。

□(1) $2x-y=x+2y=5$

□(2) $y-3x=x+9y=-7$ (名古屋高)

□(3) $4x-7y=5y-8x=-6$ (岩倉)

□(4) $3x-y=2x+y=x+6$

□(5) $7x+3y=6x+y-1=4x-2y$

□(6) $\frac{3x-y}{4}=\frac{2x+y}{3}=5$

重要パターン29 ● 文字の値の求め方

★★★

連立方程式 $\begin{cases} ax+by=8 \\ bx-ay=-1 \end{cases}$ の解が $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$ のとき、 a, b の値を求めよ。

解法のポイント

連立方程式に、 $x=2, y=-1$ を代入し、 a, b についての連立方程式として解く。

□29-1 連立方程式 $\begin{cases} ax+2by=27 \\ 2ax-3by=12 \end{cases}$ の解が $\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$ のとき、 a, b の値を求めよ。

(大阪教育大附池田)

□29-2 連立方程式 $\begin{cases} 3x+6y=0 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ ax-3y=-3 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$ の解を $x=p, y=q$ とするとき、 $4p-q=-3$ が成り立つという。 a の値を求めよ。(岩倉)

□29-3 x, y についての次の2組の連立方程式が同じ解をもつとき、 a, b の値を求めよ。

$\begin{cases} x+y+1=0 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ ax+by+1=0 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$

$2ax-by+11=0 \cdots\cdots\textcircled{3}$

$3x+y=3 \cdots\cdots\textcircled{4}$ (城北)

□29-4 x, y についての連立方程式 $\begin{cases} 2x+3y=5 \\ ax-by=3 \end{cases}$ の解 x, y から1ずつひいた数が、

$\begin{cases} -ax+2by=-6 \\ 3x+2y=5 \end{cases}$ の解になるとき、 a, b の値を求めよ。(修道)

重要パターン30 ● 連立方程式の応用(1)

★★★★

次の問いに答えよ。

(1) 異なる2つの整数 $x, y (x>y)$ がある。 x を y でわると、商は3で余りは4、 x と y の差は18になった。この2つの整数 x, y の値を求めよ。(國學院大久我山)

(2) A, B, C 3人がテニスコートを借りたところ、Aは160分で6250円、Bは190分で7540円支払った。コートの借り賃は100分までは一定額で、100分をこえると一定額にこえた時間に比例する金額を加えた金額を支払う。Cは230分借りた。Cの支払った金額を求めよ。(立教)

解法のポイント

(1) (わられる数) = (わる数) × (商) + (余り) の関係と、2数の差から連立方程式を作る。

(2) 100分までの一定額を x 円、100分をこえた1分間あたりの料金を y 円として連立方程式を作る。

□30-1 3けたの整数があり、十の位の数は7である。十の位と百の位の数の和の2倍は、一の位の数よりも11大きく、またもとの整数の一の位の数と百の位の数を入れかえてできる3けたの整数は、もとの整数の2倍したものより215大きい。このとき、もとの整数を求めよ。(日本大豊山)

□30-2 機械A, 機械Bは、それぞれ缶ジュースを作る機械である。機械Aを4台と機械Bを5台使用すると、1分間あたり1200本作れる。また、機械Aを2台と機械Bを3台使用すると、1分間あたり660本作れる。このとき、機械A1台と機械B1台は、1分間あたりそれぞれ何本ずつ作れるか。(栃木)

□30-3 ある中学校の卓球部の生徒、男女合わせて54人がスポーツ施設で練習した。男子部員と女子部員に分かれて、1台につき2人または4人で、練習の初めから終わりまで同じ卓球台を使用したとき、使用状況は下の表のとおりであった。

男子は3時間、女子は2時間それぞれ卓球台を使用した。使用料は卓球台1台につき1時間ごとに100円であり、その使用料の合計は5000円であった。

下の表の(ア)の卓球台の数を x 、(イ)の卓球台の数を y として方程式を作り、(ア)と(イ)をそれぞれ求めよ。ただし、消費税は考えないものとする。

	2人で使用	4人で使用
男子が使用した卓球台の数(台)	(ア)	5
女子が使用した卓球台の数(台)	4	(イ)

(群馬)

□30-4 A, B 2つの問題からなる20点満点のテストを35人の生徒に行った。配点をAが5点、Bが15点として採点すると、平均点はちょうど10点となり、配点をAが15点、Bが5点として採点すると、平均点はちょうど14点になるという。ただし、A, Bとも採点は正解以外は0点にし、2問とも間違えた者はいなかった。満点は何人いたか。(白陵)

30-5 容積が1200Lのタンクに、給水管が1本と、どれも同じ太さの排水管が3本ついている。給水管からタンクへは、常に一定の割合で水が入っている。いま、タンクには400Lの水が入っており、排水管を1本だけ開くと、20分でタンクが満水になり、排水管を2本だけ開くと、50分でタンクが満水になる。このとき、排水管を3本開くと、何分でタンクが満水または空になるか。(中央大杉並)

30-6 ある製品を2つの機械A, Bで作ると、A, Bはともに1分間に50個の製品を作ることができる。50個の製品のうちAでは不良品が1個、Bでは不良品が2個の割合で含まれ、残りは良品である。良品1個につき5円の利益があり、不良品1個につき1円の損失がある。Aを x 分間、Bを y 分間動かして製品を作ったところ、不良品は全部で70個でき、不良品による損失を差し引いた利益の総額が9830円になった。 x, y の値を求めよ。(桐朋)

重要パターン 31 ●連立方程式の応用(2)

★★★★

一定の速さで進行中の列車が、430mの鉄橋を渡り始めてから渡り終わるまで37秒かかった。また、この列車が同じ速さで710mのトンネルを通過するとき、列車全体がトンネル内にあったのは23秒間であった。列車の長さを x m、速さを秒速 y mとして、式を作り、 x, y を求めよ。(日本大習志野)

解法のポイント

鉄橋を渡り始めてから渡り終わるまでに、列車は(鉄橋の長さ)+(列車の長さ)だけ進む。

31-1 長さ y m、時速 x kmの電車が長さ210mの鉄橋を通過するのに26秒かかった。また、同じ速さで長さ450mのトンネルを通過するのに42秒かかった。電車の時速を求めよ。(東京女子学院)

31-2 K君は家を10時25分に出発して自転車でT駅まで行き、T駅で4分待って快速電車に乗りS駅まで行った。S駅に着いたのは11時17分であった。電車に乗っていた時間が自転車で走っていた時間の5倍であるとき、自転車の速さを毎時12km、快速電車の速さを毎時72kmとすると、家からT駅までは①km、T駅からS駅までは②kmあることになる。(佼成学園)

31-3 周囲が9kmの池を、I君は自転車で、Mさんは歩いて池を回る。2人が同時に同じ地点を出発して、反対方向に池を回れば、初めて出会うまでに36分かかり、同じ方向に回れば、1時間後に初めてI君はMさんに追いつく。I君、Mさんの速さはそれぞれ時速何kmか。(市川)

31-4 A君とB君が1周400mのトラックで持久走をした。2人はスタート地点を同時に出発し、はじめはA君が分速 x m、B君が分速 y mの速さで走っていた。スタートしてから8分後にB君がA君に1周遅れになって並ばれたため、その瞬間からB君は遅れをとりもどすために速さを2倍にして走った。この後、B君はA君に追いつき、スタートしてから14分後には、B君がA君を200mリードした。このとき、次の問いに答えよ。(法政大第一)

- (1) x, y についての連立方程式を作れ。
- (2) (1)の連立方程式を解き、 x, y の値を求めよ。
- (3) B君がA君に追いついたのは、スタートしてから何分後か。

31-5 A君はB君の家に遊びに行くことになった。駅に着いたA君は、B君に電話をして自転車で駅まで迎えに来てもらうことにした。しかし、A君は途中までの道はわかっていたので、B君が自転車で家を出ると同時にB君の家に向かって時速5kmで歩き始めた。B君は、A君に出会ってから、自転車を押してA君と一緒に時速4kmで家に向かった。結局A君は、B君が駅に着くまで待ってから二人と一緒に時速4kmで歩いて行くよりも10分早くB君の家に着くことができた。次の問いに答えよ。(中央大附)

- (1) 駅からB君の家までの道のりを x km、駅から二人が出会った地点までの道のりを y kmとすると、A君が駅からB君の家に着くまでにかかった時間は何時間か。 x と y を用いて表せ。
- (2) 自転車の速さを時速12kmとすると、駅からB君の家までの道のりは何kmか。

重要パターン 32 ●連立方程式の応用(3)

★★★★

ある学校の今年のプラスバンド部員は、去年よりも男子が25%増え、全体で10%増えたが、女子は1人減り、男子は女子より7人多くなった。今年の男子部員は何人か。(駿台甲府)

解法のポイント

求める人数を x 人とするより、去年の男子を x 人、女子を y 人とした方が式をつくりやすい。

32-1 入館料が大人500円、子供200円の博物館があり、2月7日に300人が入館した。翌8日、大人の入館者数が前日と比べて10%増え、子供の入館者数が20%減った。8日の入館料の合計が87000円するとき、8日の大人の入館者数を求めよ。(市川)

32-2 ある店では、A, B2種類のマフラーをそれぞれ1枚500円、800円で、合わせて600枚仕入れた。A, Bともに、仕入れ値の30%の利益を見込んで定価をつけて売り出したところ、Aはすべて売れたが、Bは仕入れた枚数の60%が売れ残った。そこで、売れ残ったBを定価の100円引きにしたところ、すべて売れた。A, Bを売って得た利益は全部で97800円であった。A, Bをそれぞれ何枚仕入れたか、求めよ。(兵庫改)

32-3 ある中学校で図書館の利用者数を調査したところ、4月の利用者数は男女合わせて620人であった。5月の利用者数は4月に比べ男子が40%減り、女子が20%増えたので、全体では80人減った。5月の男子、女子の利用者数をそれぞれ求めよ。(和洋国府台女子)

32-4 容器Aには濃度が8%の食塩水、容器Bには濃度が3%の食塩水が入っている。容器Aに入っている食塩水の $\frac{1}{4}$ を取り出し、容器Bに入れて混ぜたら、5%の食塩水が600gできた。容器A, Bには、はじめ食塩水がそれぞれ何gあったか。(城北)

32-5 金属Aと金属Bからできている合金の重さは120gで、これを水中で測ると14gだけ重さが減る。15gの金属Aを水中で測ると2g重さが減り、35gの金属Bを水中で測ると3g重さが減った。これらを用いて、この合金に含まれる金属Aおよび金属Bの重さを求めよ。(芝浦工業大高)

30 次の連立方程式を解け。

$$\begin{cases} \frac{1}{6}(y-3) + \frac{2}{3}x = \frac{3}{2} \\ \frac{1}{3}y - \frac{5}{6}(x+1) = -\frac{7}{6} \end{cases} \quad (\text{玉川学園})$$

$$\begin{cases} \frac{3}{2}x + \frac{2}{3}y = \frac{25}{12} \\ \frac{4}{3}x - \frac{3}{4}y = -\frac{5}{6} \end{cases} \quad (\text{慶應})$$

$$\begin{cases} 4x-1 = \frac{1-2y}{3} \\ \frac{x+6}{5} - \frac{3y}{4} = \frac{2x-y}{2} \end{cases} \quad (\text{ラ・サール})$$

$$\begin{cases} 0.5(2x-3) + 0.4(3y+2) = 0.8 \\ \frac{4(x+y-2)}{5} - \frac{x+2(y-3)}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x-y-2}{4} + \frac{x+2y+3}{5} = 1 \\ -\frac{4x+y-2}{3} + \frac{4x-3y+4}{2} = 1 \end{cases} \quad (\text{東京学芸大附})$$

$$\begin{cases} 0.5x + 1.2y = 8.2 \\ (x+4) : (y-3) = 2 : 1 \end{cases} \quad (\text{関西学院})$$

$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{x} - \frac{2}{y} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 10 \\ \frac{3}{x+y} - \frac{1}{x-y} = 2 \end{cases}$$

$$\square(9) \quad 5x-7y=2x-3y+2 = -3x+4y+9 \quad (\text{土佐})$$

$$\square(10) \quad \frac{3x-y+5}{7} = \frac{x+y+7}{3} = -7x-5y+1 \quad (\text{明治大付明治})$$

31 x と y の連立方程式 $\begin{cases} 6x+ay=5 \\ 3x+by=4 \end{cases}$ を解くところを、間違っ $\begin{cases} 6x-ay=5 \\ bx+3y=4 \end{cases}$ を解いたために解が

$$x = \frac{9}{8}, y = \frac{7}{12} \text{ となった。このとき、正しい解を求めよ。} (\text{ラ・サール})$$

32 4つの整数 a, b, c, d (ただし, $a < b < c < d$) から異なる3つの整数を選んで和を求めると, $-3, 6, 8, 10$ の4通りである。 d の値を求めよ。(早稲田実業)

33 連立方程式 $\begin{cases} 3x-4y=2z \\ -4x+3y=-z \end{cases}$ を満たす関係があるとき, x, y を z で表すことにより, $x:y:z$ を最も簡単な整数の比で求めよ。(郁文館)

34 ある商店では商品A, 商品Bの2種類の商品売っている。ある日, 開店の時にA, Bそれぞれの個数を調べたところ, 個数の比は6:5だった。午前中にAは開店時のAの個数の10%が売れ, Bは7個だけ売れたので, 正午にAを何個か追加し, Bもそれと同じ個数を追加したところ, AとBの個数の比は9:8になった。また, このときAとBの個数の合計は開店時に比べて35個増えていた。開店時にあったA, Bのそれぞれの個数を求めよ。(成蹊)

35 2種類のポンプA, Bを利用してタンクTに給水する。Tを満水にするために必要な時間と, ポンプを動かすためにかかる費用は, Aを1台とBを2台利用すると, 36時間, 1260円, Aを3台とBを4台利用すると, 15時間, 1275円である。このとき, 次の□にあてはまる数を求めよ。(筑波大附)

□(1) Aを1台利用して12時間給水したときと同じ量の水を, Bを1台利用して給水すると, □時間かかる。

□(2) Aのみを数台利用してTを満水にすると, 費用は□円かかる。

□(3) Aを□①台とBを□②台利用してTを満水にするための時間と費用は, 8時間, 1280円である。

36 K君とO君の2人が, A地点からB地点を経由してC地点まで30.8kmを歩く。K君はA地点からB地点までを時速 x kmで歩き, そこで30分休憩して, B地点からC地点までを時速 $1.1x$ kmで歩いて休憩を含めて合計8.7時間かかった。O君はK君と同じようにAB間を時速 x kmで歩き, 45分間休憩して, BC間を時速 $1.2x$ kmで歩いて休憩を含めて合計8.45時間かかった。(慶應)

□(1) AB間の距離を y kmとして, K君とO君が歩いた時間を x と y を用いた式で表すと, K君の方は□①=8.2, O君の方は□②=7.7となる。空らんをうめよ。

□(2) x と y の値を求めよ。

37 前方50m先を時速90kmで走っている車を, 時速120kmで走っているバイクが抜き去ろうとしている。車の長さを5m, バイクの長さを2.25mとして以下の問いに答えよ。(芝浦工業大高)

□(1) バイクが前方50m先の車を抜き去るとき, 車は x m, バイクは y m走ったとする。距離について x と y の関係式を求めよ。

□(2) (1)のとき, バイクと車の走行時間について x と y の関係式を求めよ。

□(3) 車の後方50mから, 車を抜き去って車の50m前方に出るまで, バイクは何m走ったか。

38 流れの速さが一定の川の, 下流に地点P, 上流に地点Qがあり, PQ間の距離は1400mである。A君はPからQに向かってボートで出発し, B君はA君が出発してから2分後にQからPに向かってボートで出発した。A君が出発してから8分後に2人は出会いそのまま進んだが, A君はB君に用があったのを思い出し, 2人が出会ってから2分後にPに向かって引き返し, 引き返してから6分後にPに着くまでに追いついた。2人のボートの速さは一定で, A君, B君のボートの静水での速さをそれぞれ毎分 x m, y mとし, 川の流れの速さを毎分 z mとする。(ただし, $0 < z < y < x$ である。) 次の問いに答えよ。(灘)

□(1) x を y の式で表せ。

□(2) 実際にA君がB君に追いついたのはPから280mだけ上流の地点であった。このとき, x, y, z の値を求めよ。

39 3%の食塩水が300g入っている容器があり, この容器には毎分100gの食塩水を流し込むA管と, 毎分150gの食塩水を流し込むB管がついている。そして同じ時間内にA管から入る食塩の量とB管から入る食塩の量とは等しい。また, 初めにA管だけを1分30秒間使い, その後B管だけを何分間用いても濃度は変わらなかった。このとき, A管, B管から流し込む食塩水の濃度を求めよ。

(芝浦工業大高)

